

船井情報科学財団 第4回留学生レポート

英国オックスフォード大学、計算機科学科の博士課程に在籍しています、山田倫大です。現在オックスフォードでは、気持ちのよい晴れ空が広がり、1年の中でも殊に美しい季節を迎えています。日本の夏のように湿気が多く蒸し暑いということもなく、冷房に頼らなくても快適に過ごすことができます。週末は世界中から観光客が訪れ、欧州の陽気でくつろいだ夏の香りが心地良く感じられます。

一方、大学は学期末の試験期間の最中です。緊張した面持ちの中、サブファスクを纏った学生が試験会場に颯爽と歩いていく光景が毎日の様に見受けられます¹。無事に試験を終えた学生は友人から祝福のシャンパンとクラッカーを浴び、その喜びを嘔みしめます²。このように現在オックスフォードには緊張と活気が同居し、1年間の中でも特にアカデミックで伝統的な雰囲気を感じています。この試験期間も今週で終わり、週末には多くのカレッジ(college)が盛大にボール(ball)を開催します³。試験後の解放感も手伝い、学生たちは最後にして最大の行事を目一杯楽しみます。

加えて現在は、2014 FIFAワールドカップが開催中です。パブ文化が盛んなこちらでは、パブでビールを片手に観戦するという形が多い様です。イングランドがサッカーの母国であるということや、オックスフォードには世界中から学生が集まっているということも影響しているのでしょうか、試合中パブは大変な熱気に包まれています。世界各国の人々と共にワールドカップを観戦することは、日本では体験できない特別な時間です⁴。世界と戦う日本代表の姿が自分とどこか重なり、一層自国の応援に熱が入りましたが、残念ながら日本は既に敗退してしまいました。しかし気持ちを切り替えて、引き続きこの4年に1度のお祭りを楽しみたいと思います。

しかしこの活気も束の間、今学期が終わると間もなく多くの学生は故郷へ戻るため、街はそれまでの活気が嘘のように消え、ひっそりと静まり返ります⁵。今年度も終焉を迎えるのです。振り返ると、今年も多くの素晴らしい出会いがありました。特に今年度は日本人留学生の方と知り

¹ オックスフォードの制服はサブファスク(次頁の写真参照)と呼ばれ、学生は試験を受ける際にこれを着用することが義務付けられています。

² この妙な儀式も伝統の一部の様です。

³ カレッジとはオックスフォードでの寮の名称であり、ボールとは大規模な社交パーティーのことです(次頁の写真参照)。

⁴ 意外な発見もあります。例えばイングランドのスーパースター、ルーニー選手がイングランドのサポーターからあまり人気のないことに非常に驚きました。

⁵ 自分も含め博士課程の学生は研究のため大学に残ることも多いですが、学部生や1年間のプログラムを終えた修士課程の学生はそのほとんどが故郷に帰ります。

合う機会が比較的多くありました。企業や政府に努めていらっしゃる方も目立ち、彼らと交流することは非常に有意義でした。というのも、アカデミアでの就職を目指す自分にとっても、企業や政府への就職はどのような道であるかを知ることは自分の選択をより深く理解することになり、また自分と異なるタイプの人から学ぶことは多いからです。さらに、改めて日本・日本人の良さを再認識するとともに、日本人という自分のアイデンティティを強く意識する機会ともなりました。彼らの多くは修士課程在籍のため、間もなく帰国します。別れを惜しみつつ、最後によい思い出を作りたいと思います。



サブファスクを纏った学生(写真上)と2013年 Balliol Ball のディナーの様子(写真下)

⁶ 例えば日本人特有の気遣いや丁寧さについて、それが当たり前でない海外に出て初めてその美德を噛みしめることになりました。

⁷ (日本人であることを否定して)振る舞い方や考え方を単に欧米化することが、国際人(国際的な場で通用する日本人)になることではないと考えます。国際的な場面をオーケストラに例え、各国が各楽器に対応していると考えるとよいかもしれません。日本はそれ固有の音色を奏でて合奏に貢献するべきでしょう。他の楽器(外国)を真似してもその本物の音色に敵うはずもなく、自分の本来のよさを発揮することもできません。そもそも自己否定は決して尊敬されないでしょう。そうではなく、異文化が混在する場で自分を表現しつつ周囲と調和し、自分にしかできない貢献をする、これが国際的な場で活躍するということではないでしょうか。これについてはどこかで改めて考察したいです。

このように、今年度最後の華やかな時期を迎えている中、本稿では 1. 研究の進捗状況；及び私生活において印象的だった出来事として、2. 昨年度末の友人との再会；3. 友人の結婚式を取り上げたいと思います。

1. 研究の進捗状況

前回のレポートの中で、自分の研究の方向性-具体的には homotopy type theory (HoTT) のゲーム意味論的解釈-が定まったと報告しました。しかしこれはあくまでラフな研究の方向性に過ぎず、どのような問題を解きたいのか、またそれをどのように解くのか、といった具体的な提案にまでは至っていませんでした。しかしこの数か月ほどの間に、具体的な問題とそれを解く手法の提案をするに至りました。

まだ論文を提出する段階ではないため、本稿で詳細を記述することはできません⁸が、どのような問題を解こうとしているかということが一般の読者の方にも大体分かって頂けることを目標に、より詳しく、しかしあくまで直観的な言葉で説明したいと思います⁹。

1.1. Type theory/TTT/HoTT

Type theory (型理論)とは数学、計算機科学、論理学において用いられる formal system (形式体系)の1つで、特に type (型)という概念を中心としている点が特徴です。以下、順に説明していきます。

Formal system とは形式言語・公理・推論規則を定め、(数学の)理論を形式化するものです。具体的には、formal system は厳密に定義された文字集合(アルファベット)、構文規則、公理、そして推論規則から成り立ちます。アルファベットは対象とする理論で用いる文字(例: a, b, ..., z, 0, 1, ..., +, -, ...)を定め、構文規則はいわゆる文法であり、アルファベットと構文規則により理論で用いる形式言語(文字列の集合)を定めます¹⁰。その言明の中から無条件に正しいと考えられるものを選択しこれらを公理と呼び、また妥当と考えられる推論-ある言明(の集合)がある言明を導くこと-を推論規則として定めます¹¹。こうして formal system は対象とする理論の言葉形式言語として定め、公理と推論規則から導かれた言明をその理論の定理とすることで、

⁸ 数学において、一度証明された定理は不変の真理となることから、問題を最初に解くことに最も価値があります。二番煎じの価値は低いのです。そのため論文発表前はその手の内を明かさないのが定石です(尤も、これはほとんどの研究に当てはまりますが)。ご了承下さい。

⁹ 前回のレポートでは主にこの研究トピックに対する自分の動機を中心に述べましたが、本稿ではこのトピック自体に主眼を置いて説明します。

¹⁰ 文法的に正しい文字列を意味のある数学的言明と見なし、その集合を(対象とする)理論の(形式)言語と定める訳です。文法的に正しい文字列のみが意味を成すとする点は、普段用いている自然言語(日本語や英語など)と同様ですね。

¹¹ ここで典型的な公理として" $x=y \rightarrow y=x$ " ($x=y$ ならば $y=x$)、推論規則として" $\text{if } (A \rightarrow B) \wedge A \text{ then } B$ " (A が B を導き、かつ A が成り立つならば、B が成り立つ)を挙げておきます。

理論を数学的に形式化するという訳です(同時に公理と推論規則は定理の証明も形式化します)¹²。

イギリスの哲学者・論理学者・数学者である[バートランド・ラッセル](#)の1902年の歴史的な発見-[ラッセルのパラドックス](#)(“自身をその要素として含まない集合全てから構成される集合”の存在から矛盾が導かれるという発見)-をラッセル自身が type という概念によって解決しようと試みた¹³ことが type theory の起源です。その後、様々なバリエーションが考案されましたが、ここで扱うのはスウェーデン人論理学者・哲学者・数学者である[ペール・マルティン-レフ](#)が1984年に考案した intuitionistic type theory (ITT)であり、これは構成的数学¹⁴の formal system を目指したものです。他の formal system (例えば一階述語論理に基づくもの)と異なり、言明を type とし、定理の証明をその type (定理)に属する要素として表現する点が ITT の大きな特徴であり、これによって証明を直接 ITT の中で表現できるのです¹⁵。他の formal system と比べ、ITT は強力で望ましい性質を持つことから、現在まで多くの研究の対象となってきました。

そして近年、この ITT に Univalence axiom (UA)という公理と higher inductive types (HIT)という type を追加したものがロシア人数学者でフィールズ賞受賞者である[ウラジミール・ヴォエヴォドスキー](#)らによって考案され homotopy type theory (HoTT)と名づけられました¹⁶(代数的位相幾何学の homotopy¹⁷という概念に基づいて考案されたためこのように呼ばれます)。HoTT はより強力な ITT の最新型であり、構成的数学の実用的な formal system となることを目指しています。実際多くの定理が HoTT を実装したプログラムによって既に形式化されています。

1.2. 未解決問題

1.2.1. UA と HIT の計算的解釈

しかしここに大きな未解決問題が存在します。HoTT は構成的数学の formal system であるため、原理的にその証明は全て計算として実行可能なものでなければなりません。しかし HoTT で新しく考案された UA と HIT はあくまで homotopy 的(幾何学的)なアイディアに基づくものであり、果たしてこれらに計算的な解釈を与えられるのか-言い換えればこれらは計算として実行可能なのか-という点は明らかになっていません。HoTT は非常に新しい理論であり多く

¹² このように数学自体を数学的に形式化することから、数学基礎論は数学の数学とも呼ばれます。数学基礎論については第3回のレポートを参照して下さい。

¹³ Type を用いて許される数学の構造を制限すること-つまり上記の矛盾を起こす集合は数学的に well-defined な集合とは認めないとする-ことで解決したのです。

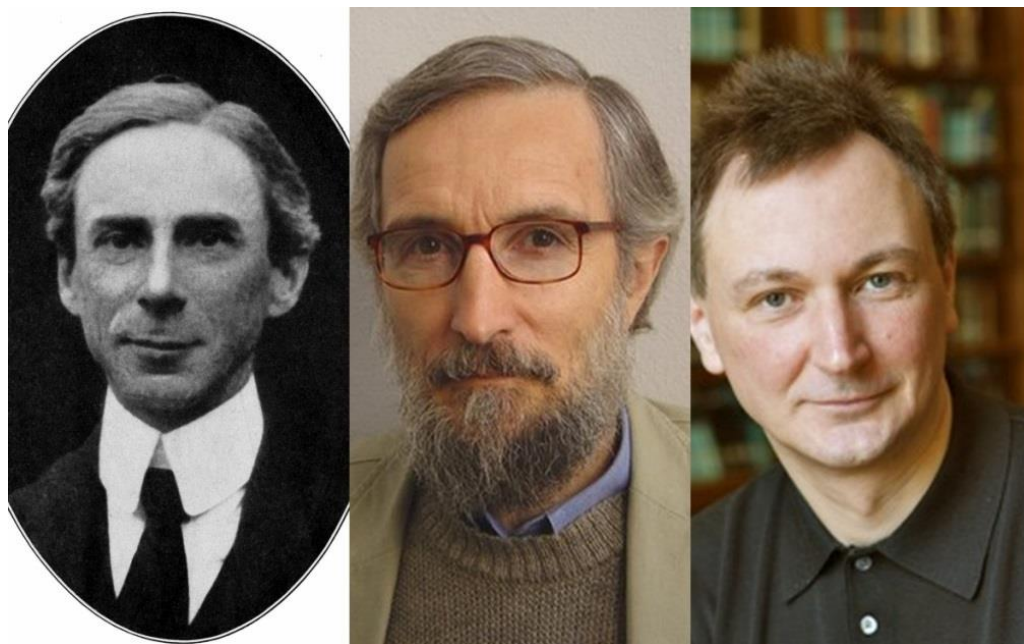
¹⁴ 構成的数学の説明については第3回のレポートを参照して下さい。

¹⁵ 一階述語論理では証明を直接それ自身の表現で記述することはできません。

¹⁶ ここでは UA と HIT の説明は省略します。肝要な点は、HoTT は ITT に新たに公理と型を加えた、より強力な formal system であるということです。

¹⁷ ここでは homotopy の説明は省略します。

の未解決問題¹⁸が存在しますが、HoTT の構成的数学の基礎という位置づけから、この UA と HIT の計算的解釈はその中でも特に中心的な課題だと考えられています。



(写真左から)ラッセル、マルティン-レフ、ヴォエヴォドスキー

1.2.2. 内包性

また、数学・哲学・計算機科学において、内包性と外延性という2つの対立する概念があります。大まかに言うと、内包的な観点とはものごとの(一見明らかとは限らない)内部構造に焦点を当てた見方であり、外延的な観点とはあくまで外側から観察されることのみで焦点を当てた見方のことです。ゆえに一般的に、内包的な観点から得られた結論は外延的な観点から得られた結論を導きます。ここで単純な関数の例を出しましょう。自然数を入力する2つの関数 f と g を次の様に定義します:

$$f : n \mapsto (n+1) \cdot 2$$

$$g : n \mapsto 2 + (2 \cdot n)$$

つまり f は入力に1を足してからその結果を2倍する関数であり、 g は入力の2倍を2に加える関数です。明らかに、任意の自然数 n (入力) に対して f と g の計算結果(出力)は一致します。つまり f と g は外延的に等しいと言えます。しかしその計算過程は上記の様に異なるため、両者は内包的には異なる関数です。

歴史的に数学は外延的な見方を中心に発展し、内包性は比較的新しく注目され始めた概念です。ゆえに内包的な数学は未だ発展段階であり、特に計算という概念は本質的に内包的であることから、計算機科学・構成的数学において内包性は重要なテーマとなっています。特

¹⁸ 以下のサイトに未解決問題のリストが記されています:
<http://ncatlab.org/homotopytypetheory/show/open+problems>

に HoTT は内包性の定式化を大きな特徴としていますが、これに関して未だ不明な点が多く存在しています。

1.2.3. 未解決問題

話を整理すると、HoTT に関する未解決問題の中で自分が特に興味を持つものは：

1. UA と HIT の計算的解釈
 2. HoTT の定める内包性の解明
- というものです。

1.2.4. 解釈

ここで解釈という概念について少し補足します。数学、特に数理論理学において、解釈とは formal system の各言明に数学上の概念・構造を対応させる-つまり「その言明の意味はこの数学的概念・構造である」と解釈する-ことです。上で説明したように formal system はあくまで構文的な存在であることに注意して下さい(各言明の解釈(意味)については formal system は一切定義しません)。

解釈を試みる動機は主に

1. Formal system と解釈の関係、及び解釈の数学的性質から formal system の性質を導くこと(例えばその formal system は矛盾を導くか否か)
2. 解釈により formal system の公理と推論規則に 1 つの妥当性を与えること¹⁹(公理と推論規則に数学的に厳密な意味を与えることで 1 つの妥当性とする)
3. 解釈から、より適切な formal system を導くこと

といったものです。2 と 3 に関して HoTT が良い例であり、その homotopy を用いた解釈により ITT に 1 つの妥当性を与える(2)とともに、新たに UA と HIT を考案しました(3)。

しかし、元々 ITT/HoTT は構成的数学の formal system を目指しており、その公理・推論規則に対応する計算(的解釈)が求められます。ITT は構成的証明のインフォーマルな直観・哲学に基づいて考案されたため、UA と HIT に限らず HoTT の他の公理や推論規則に関しても厳密な計算的解釈(対応する計算)を与えることには意味があると考えられます。

1.3. ゲーム意味論

ゲーム意味論とは論理学や理論計算機科学(特に計算の意味論)における 1 つのアプローチであり、論理学における命題や証明、及び計算における型や計算項といった概念をゲーム理論的な概念を用いて解釈するものです。

¹⁹ もちろん多くの場合において、formal system は(既に存在する)インフォーマルな数学的構造(直観)に基づいて考案されます。しかしそれはあくまでインフォーマルなものであるため、厳密な数学的構造によって解釈することは、formal system により強い妥当性を与えると考えられます。また、全く新しい解釈が考案されることもあります。

ゲーム意味論は数学的に計算(高階・順次計算を含む)を表現することに優れ、その妥当性はこれまでの歴史上の成果に反映されています。特に、数学的に望ましい構造を持ちつつ計算の内包性を表現できることが大きな特徴です。つまり先述した未解決問題を解くアプローチとして有力な候補なのです。

1.4. 研究課題

ここで研究課題を述べる準備が整いました。自分の研究課題は「ゲーム意味論を用いたHoTTの計算的・内包的解釈」と表現できるでしょう。指導教授も自分の動機や視点に大いに共感して下さいました。またここに書くことはできませんが、具体的に技術的な提案をしたところ、彼からよい反応を受け取ることができました²⁰。これまで幾度となく議論を繰り返し、悩み、考え、ようやくここに至ったため2人で喜びを分かち合ったものです。これからは、この問題を実際に解くという段階を迎えます。今後よい報告ができるよう、一層の努力を重ねていきたいと思います。

2. 再会の折に

前回のレポートに記述したように、昨年末に日本とオーストラリアから友人が訪れ、久々の再会を果たすことができました。日本からの友人Aとは米国ウィスコンシン大学マディソン校への留学を通して約5年前に知り合いました。現在彼は日本の省庁に務めています。オーストラリアからの友人Kは去年オックスフォード大学の修士課程に在籍しており、カレッジ間で開催される食事会を通して知り合いました。現在は母国のオーストラリアの大学で博士課程に在籍中です。

Aとは1年半ぶり、Kとは半年ぶりの再会となり、互いの近況を報告し合うよい機会となりました。丁度年度末のイベント(クリスマス・ディナーなど)が開催される時期だったことも、再会の喜びを分かち合う手助けをしてくれました。何より、遠い母国から自分に会いに来てくれたことが嬉しかったです。

彼らは恵まれた才能を持つだけでなく大変な努力家です。しかしあくまで謙虚かつ朗らかな素晴らしい人間性を持っています。そんな彼らから自分は少なからず影響を受けていますが、その中でも前回のAとの再会の際に感じたことをここに書きたいと思います。

2.1. 印象的な文

再会の後、Aは帰国直後に英国旅行の所感をウェブ上に綴っていました。再会の際に話しかけたことを丁寧に印象的な文章で表現していました。本人の許可を得、ここにそれを掲載します：

²⁰ 自分の提案は偶然にも指導教授が考えたアイデアと一致しており、さらにそれを一歩進めたものでした。

英国旅行は本当に最高に充実した2週間でした。中でも Oxford で素晴らしい友人達に出逢い、尊敬する先輩に再会できたことは、私にとって非常に大きなことでした。彼らを通して、芸術や文化(歴史、文学、宗教、etc.)を身近に感じながら、人生を真に楽しむ目的で時間を使うことの大切さを教えられました。自分の夢を一生懸命追いかけるもよし、親しい仲間達と飲んだり騒いだり、食事に舌鼓を打ちながら語り合うもよし、内装や機能はそれほど優れていなくても絵本に出てくるようなレンガのお家で仲間や家族と暖かい時間を過ごすもよし、友人達と楽器を演奏したり、音楽や芸術を鑑賞するもよし、図書館や家で読書するもよし、教会で心静かな時を過ごしたり聖歌の合唱を聞くもよし。2週間の滞在を通して、欧州の「生活と密着した文化の深遠な厚み」を強く感じました。

経済規模だけを見れば今や欧州は米国や中国と比べても大きくありませんが、それは日本が欧州から学ぶことがあるという意味での重要性を全く低下させていないと思います。人生を本当の意味で楽しむにはどうすれば良いのか、小さなことや(機能、価格、新しさ等の)目に見えるものに踊らされずに本当に豊かな生活を実現することは何なのかを、私を含めてまだ正しく理解されていない方は多いと思います。多くの欧州の人々が自然にしている、人生の豊かさを追求するような生き方を学ぶことは、私たちがより豊かな人生を生きるためにきっと必要なことだと、この旅を通じて強く感じました。(抜粋終わり)

この文章は彼の鋭い洞察を明確に表現しつつ、あくまで問いかけるようにして読者に考えさせます。この明晰かつ示唆に富む彼の文章を自分は気に入り、また自分の考えを深めるきっかけともなりました。

2.2. 人生を謳歌するということ

自分の経験上、彼の文章には強く共感します。曖昧な表現ですが、こちらの学生の方が日本の学生よりも毎日を生き生きと楽しんでいるように感じます。例えば、専攻科目について尋ねると、大抵の学生は「自分のコースを非常に楽しんでいる」と答え、その魅力を嬉しそうに語ってくれます²¹。どこかの国の学生に見られる様に、ひたすら無事に卒業することだけを望み、無気力に大学に登校する姿とは対照的です。また、多くの学生が学業以外の活動にも極めて積極的で、合唱、rowing(漕ぎ船レース)、球技、ダンスなどのクラブ活動に従事しています。その他オックスフォードで頻繁に開催されるコンサートや著名な学者の講演など、各種イベントへも積極的に参加します。端的に言えば、「あなたは現在何を楽しんでいますか？」とこちらの学生に尋ねたら、ほとんどの場合即座に答えが返ってくるということです。

これを一言で表現すると、彼らから「人生は謳歌するべきものである」という強い姿勢を感じるのだと言えるかもしれません。彼らを動かすものは、何かをやらなければならないという義務

²¹ 明確な動機も専攻に対する愛着も無しに、高い授業料を支払い厳しいトレーニングを受けにオックスフォードに来る学生はほとんどいないと考えられるのかもしれませんが。

感ではなく、「自分の好きなことを楽しみたい・極めたい」という主体的な姿勢なのです²²。彼らは、人生においては好きなことを貪欲に体験・達成していくべきだと考えているのです。

自分もこの考えに強く同感します。自分は留学する前から、「自分は何をしたいのか」、「どのような人間になりたいのか」ということについて考え、決断し、そして現在に至ります。自分の望む人生を送るためには、まずこれらの問いに対する答えを自分の中に持ち、それに従って歩んで行くことが必要だと考えたからです。もちろん経験を重ねる中でその答えが変化することはあるでしょうが、大切な点は自分の中に大局的な羅針盤を常に持つということです。そうすれば、自分が本当に望むことに集中することができ、またそれに伴う困難も、動機が明確となっていれば乗り越えることができるでしょう。

2.3. 幸せの鍵

戦後、高度経済成長期を経て、日本は世界有数の先進国となりました。しかしその高い自殺率が端的に示すように、日本人が世界有数の幸せな人々であるとは言い難いでしょう。自分の経験を顧みても、無気力な若者を目の当たりにする機会は日本の方が圧倒的に多かったように思います。ここで哲学的な「幸せとは何か」という問いに答えようとするつもりはありません。ただオックスフォードの学生から感じる「人生を謳歌する」という姿勢が、より望ましい人生を送るための大きな手がかりに思えてならないのです。

このように A の文章は、自分がこれまで何となく感じていたことを改めて考えさせる機会を与えてくれました。引用した文章はこの他にも鋭い洞察を含んでいます。例えば、日本ではどこか敷居が高く感じられるクラシックコンサートや演劇、バレエなどがこちらではより身近な存在であるという点にも共感します。このように日常生活をより豊かに送るために見習いたいと感じる文化や慣習に出会うことも珍しくありません。A が旅行を通して多くを学んだことを嬉しく感じるとともに、このような刺激を与えてくれる友人を大切にしていきたいと思いました。

3. 結婚式

5月初旬、約1年半前にオックスフォードで出会ったイタリア人の友人 F の結婚式に出席しました。場所は彼の故郷トスカーナ地方の田舎、ブドウ畑に囲まれた長閑な別荘地の教会で行われました。結婚式前日の晩から教会近くのマナー・ハウスに宿泊し、地元のピッツァとワインを楽しみながら他のゲストと交流する機会を持ちました。美しいトスカーナの景色に囲まれる中、陽気で優しい人々との交流を楽しみ、結婚式場ではなくリゾート地を訪れているような感覚さえ覚えました。

特に考察やメッセージがある訳ではありませんが、思い出に残る出来事としてこの結婚式の様子を簡単に描写したいと思います。

²² 先生や上司に言われたことに無条件に従うという日本人にありがちな姿勢とは対照的に感じられます。そこには自分の頭で考え判断することの大切さもあるのではないのでしょうか。

3.1. シンプルなスタイル

結婚式は非常にシンプルでゆったりとしたものでした。司会者を置いて機械的に進行するのではなく、その場の雰囲気に合わせて進行していきました。また大掛かりなレクリエーションなどはなく、あくまで人々の交流がメインでした。

自分はこの形式的(機械的)でない、素朴なスタイルに好感を持ちました²³。結婚を祝う人々の気持ちがストレートに感じられたからです。

3.2. 忘れかけていたこと

去年のクリスマスにも体験したことですが、イタリアは食事の質も量も際立っています。結婚式は、この少々薄れかけていた記憶を蘇らせるのに十分な役割を果たしました。結婚式当日の昼過ぎ、教会でのセレモニーが終わり、ビュッフェ形式の立食会へと移行しました。用意されていたメニューはどれも美味しく、自分は様々な種類を試しているうちに満腹となりました。他の参加者もかなりの量を食べていたため、これが昼食なのだと思って疑いませんでした。そうした中、新郎のFが「それでは昼食の会場へ移行しましょう」と言い放ったのでした…。



教会での式の後、昼食を楽しむ-筆者はこのとき既に満腹状態

²³ 日本の典型的な結婚式にも良さがあり、一概にどちらが優れているとは言い難いですが、上司の挨拶などもなく、シンプルに結婚を祝うパーティーとしての結婚式は、トスカーナの美しい景色も手伝い、一際清々しく感じられました。

3.3. 終わりに

その後、マナー・ハウスの大きなフロアを貸し切ってディスコ会場とし、夜遅くまで2次会が行われました。この1日がかりの結婚式を通じて多くの人々と知り合うことができました。仲良くなったミラノ出身の参加者から「今度遊びに来なよ」と誘いを受け、楽しみがまた1つ増えました。Fの家族とは去年に1度会っており、今回は家族の一員のように迎えて下さいました。

一般の観光客としては決して経験のできないイタリアの文化や人々の温かさに触れる貴重な機会となりました。そして何より、大切な友人であるFの結婚式に立ち会い、これを祝えたことは一生の思い出となりました。この出会いを大切にしつつ、今後も心に残る体験を重ねていきたい-人生を謳歌していきたい-と思います。



結婚式の合間に記念撮影(中央新郎がF、左端が筆者)