RF-001

自動メカニズムデザインを利用した組合せオークションのルール抽出アルゴリズムの提案

A rule extraction algorithm for combinatorial auctions with automated mechanism design

毛利 貴之* Takayuki Mouri　杉町 勇和* Toshikazu Sugimachi　東藤 大樹*† Taiki Todo　岩崎 敦* Atsushi Iwasaki　横尾 真* Makoto Yokoo

1　序論

ある環境に存在する戦略的な行動をするエージェントの集団に対して，集団としての意思決定方式 (メカニズム) を導入すると，何らかの社会的な結果が得られる．社会的に望ましい結果を得られるようにメカニズムを設計することは，メカニズムデザイン (制度設計) と呼ばれ，ミクロ経済学，ゲーム理論の一分野として活発に研究が行われている [10, 11, 15].

本研究では，オークション方式 (オークションメカニズム) の設計に注目する．インターネットの環境下において，大規模なオークションが実行可能となり，不特定多数の人々が参加可能となった．一方で，ネットワークの匿名性を利用した様々な不正行為が指摘されている．そのため，オークションメカニズムの設計にあたっては，様々な不正行為に対する頑健性やオークションの結果に関する，なんらかの理論付け等が重要となる．

インターネットオークションに関連する研究の 1 つに組合せオークション [2, 3] がある．通常のオークションは一度に 1 つの商品 (財) を販売することに対し，組合せオークションでは，価値に依存性のある (代替性や補完性) 複数種類の異なる財を販売する．各エージェントは財の組合せ (バンドル) に対して入札を行う．エージェントの複雑な選好を考慮することで，エージェントおよびオークション主催者の利益 (効用) を増加させることができる．メカニズム設計に関する著名な研究成果として，理論的に優れた性質を持つメカニズムである Vickerey-Clarke-Groves (VCG) メカニズム [14] が知られている．VCG メカニズムはエージェントが真の評価値を申告することが最適な戦略 (支配戦略) となることを保証するメカニズムである．

しかしながら，VCG メカニズムは万能ではなく，いくつかの問題点が指摘されている．例えば，あるエージェントが，複数のメールアドレス等の複数の名義を用いてオークションに参加可能な場合 (このような不正行為は架空名義入札と呼ばれる), 各エージェントにとって，単一の名義を用いて真の評価値を申告することは，もはや最適な戦略とはならない．これまでに，架空名義入札に対して頑健性が保証される，いくつかのメカニズム [5, 8] が提案されている．

従来，メカニズム設計は人手によって行われてきたが，多大な労力と膨大な時間がかかってしまうことが難点である．近年では，メカニズム設計を最適化問題として定式化し，整数計画法を用いてメカニズムを自動設計するアイデア (自動メカニズムデザイン) [1, 9, 12] が提案されている．具体的には，メカニズムが入力 (参加者のタイプの集合) と出力 (財の割当と支払額) の関係を示す表であると考える．表の各項目を整数計画法の変数とし，制約条件 (真の評価値を入札することが最適，単一の名義を用いて入札することが最適等) の元で，参加者の利益や収入の最大化を目的関数として最適解を求める．

しかしながら，整数計画法を用いた自動メカニズム設計では表の項目数／変数の数は参加者数に関して指数的に増加し，大規模な問題では最適解を得ることが不可能となる．このため，本来は連続，もしくは多数の可能性のある参加者のタイプ，例えばオークションなら商品の価値を，ごく少数の離散的な候補値に絞ることにより，整数計画法の最適解を得ることを可能にしている．例えば，本来の評価値が 0 から 100 の間の任意の整数値である場合に，非常に高い値である 100, 中間的な値である 50, 非常に低い評価値である 0 の三通りの可能性に限って最適化を行うといったことが必要になる．

現状では，このような代表的な値に対する自動メカニズム設計の出力結果を，人間が解析して一般的なルールを求めようとしている．しかしながら，表の項目が数 100 程度となった場合，人手により結果を解析し一般的なルールを得ることは非常に困難となる．また，自動メカニズム設計の結果は絞り込みを行った特定の入力に特化して最適化されており，必ずしも一般的なルールが得られるとは限らない．例外も考慮しながら一般的なルールの抽出を試みる必要があり，適切なルールを抽出するためにはメカニズム設計に関する知識やスキルが必要となる．さらに，得られたルールの候補を検証し，さらに異なる入力で自動メカニズム設計を実行するといった繰り返しが必要となる．

そこで本論文では，自動メカニズムデザインで得られた解

* 九州大学大学院システム情報科学府
† 日本学術振興会特別研究員 DC1

Copyright © 2011 by Information Processing Society of Japan and
The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers
All rights reserved.

から一般的なルールを自動的に抽出するアルゴリズムを開発する．このように膨大なデータから何らかの一般的なルール／法則を発見するアルゴリズムはデータマイニングや知識発見の分野で盛んに研究されている [4, 6, 7]．しかしながら，メカニズムを表す関数，具体的には商品の割当て方法や支払額を決定する関数は，ある閾値を越えているかどうかで勝敗が決まる等，不連続，非線形であり，科学的法則発見等の分野で扱われてきた法則と比較すると，複雑で理論的に扱いづらい形式であることが通例である．このため，本論文では，組合せオークションメカニズムの設計に特化した，集合被覆アルゴリズムや条件分岐を利用したアルゴリズムを提案する．提案手法により，従来開発された架空名義入札に頑健なメカニズムを再発見することが可能となっている．現在，架空名義入札に頑健な新しいメカニズムの発見，さらに，集団に対する無羨望性 [13] 等の，新しい要求条件を満すメカニズムの発見のために，提案手法の適用を進めている．

2 準備

本章では，組合せオークションの定義を行う．まず問題の定式化として，変数の定義を行い，オークションメカニズムが社会的に望ましい結果をもたらすための満たすべき性質について述べる．そして，整数計画法を用いた自動メカニズムデザインについて説明する．

2.1 問題の定式化

n 人のエージェントが m 種類の財を競り合う組合せオークションを考える．エージェントの集合を $N = \{1, 2, \ldots, n\}$，財の集合を $M = \{g_1, g_2, \ldots, g_m\}$ とする．各エージェント i は財の組合せ (バンドル) $B \subseteq M$ に対する評価値を持つ．i の $B \subseteq M$ に対する評価値は，タイプと呼ばれる $\theta_i \in \Theta$ を用いて $v(B, \theta_i)$ で表現する．バンドルに関する評価値は常に $B' \supseteq B$ において，$v(B', \theta_i) \geq v(B, \theta_i)$ が成立する．各エージェントが申告するタイプの組を $\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_n) \in \Theta^n$ とする．エージェントのタイプに関する仮定として単一バンドル指向を定義する．

定義 1 (単一バンドル指向)**.** 単一バンドル指向なエージェントとは，唯一のバンドル（もしくは，そのスーパセット）のみを欲しがるエージェントを意味する．すなわち，もし，あるエージェント i が単一バンドル指向であるならば，あるバンドル B_i が存在し，$B'_i \supseteq B_i$ となる任意の B'_i に対して $v(B'_i, \theta_i) = v(B_i, \theta_i) > 0$ が成立する，もしくは全ての $B'_i \not\supseteq B_i$ において $v(B'_i, \theta_i) = 0$ が成立する．

組合せオークションメカニズム $\mathcal{M}(X, p)$ は一般的に割当規則 X と支払規則 p の 2 つの関数から構成される．A を可能な割当の集合とすると，割当規則 $X : \Theta^n \to A$ は各エージェントの申告したタイプの組を入力とし，各エージェントへの財の割当を出力する．支払規則 $p : \Theta^n \to \mathbb{R}^n$ は各エージェントの申告したタイプの組を入力とし，各エージェントが支払う金額を出力する．$\mathbb{R}^n$ とは，n 次元の実数の集合である．次に i 以外のタイプの組を θ_{-i} とする．このとき，i が θ_i を申告したときの i への割当および支払額を $X_i(\theta_i, \theta_{-i})$，$p_i(X_i(\theta_i, \theta_{-i}), \theta_{-i}))$ と表す．さらに i が θ_i を申告して財を獲得できるときの効用を準線形と仮定し，$v(X_i(\theta_i, \theta_{-i}), \theta_i) - p(X_i(\theta_i, \theta_{-i}), \theta_{-i})$ とする．ただし，入札者 i が何も獲得できない $(X_i(\theta_i, \theta_{-i}) = \emptyset)$ ときの支払額 $p_i(\emptyset, \theta_{-i})$ は 0 とする．

メカニズム設計者はその目的に応じて，望ましい結果を与える割当規則と支払規則を設計する．ここでは，オークションメカニズムが満たすべき代表的な性質について述べる．

割当可能性 割当可能性とは，財を割り当てる際に，異なるエージェント同士が同一の財を取り合わないようにしなければならないという性質である．

個人合理性 個人合理性とは，オークションに参加することで得られる効用が，オークションに参加しない場合の効用以上でなければならないという性質である．すなわち，オークションに参加することで効用が負になるならば，そのようなオークションに各エージェントは参加しない．

準匿名性 準匿名性とは，各エージェントに任意につけられる名前や番号には意味がないという性質である．すなわち，同じタイプを申告したエージェント同士の効用は等しくならなければならない．

入札と財の対称性 入札と財の対称性とは，各財は対等であり，財の名前を入れ替えてもエージェントの効用は変化しないという性質である．

戦略的操作不可能性 戦略的操作不可能性とは，各エージェントにとって，各財に対して真の評価値を入札することが支配戦略となるという性質である．すなわち，エージェントが自分のタイプを偽ったときの効用が，真のタイプを申告したときの効用より常に小さくなければならないことを意味する．この定義により，エージェントは自身の真のタイプを入札することで最大の効用を得られることになる．戦略的操作不可能なオークションメカニズムには各エージェントが財を獲得するために必要最低限の値がそれぞれ存在する．この値をしきい値 (critical value) と呼ぶ．しきい値は他のエージェントの申告を固定した場合に一意に定まり，エージェントはそのしきい値を超える値を申告することで，財を獲得できる．その際，しきい値を支払うことになる．

架空名義操作不可能性 架空名義操作不可能性とは，各エージェントにとって，単一名義によって真の評価値を入札することが支配戦略となるという性質である．すなわち，各エージェントが複数の名義を用いたときの効用が，単一名義を用いたときの効用よりも常に小さくなければならないことを意味する．ここでもし，エージェントがただ一つの名義しか使えないと仮定すると，戦略的操作不可能性と架空名義操作不可能性は等価となる．

本論文では，割当可能性，個人合理性，準匿名性，入札と財の対称性は常に制約として導入されているものと仮定する．

Copyright © 2011 by Information Processing Society of Japan and
The Instiute of Electronics, Information and Communication Engineers
All rights reserved.

表 1　戦略的操作不可能性を制約とした AMD の出力結果

AMD の結果	エージェントのタイプ			財の割当		
	0	1	2	0	1	2
o^1	$\{g_1, g_2\}$ - 4	$\{g_1\}$ - 3	$\{g_2\}$ - 2	$\emptyset$	$\{g_1\}$	$\{g_2\}$
o^2	$\{g_1, g_2\}$ - 6	$\{g_1\}$ - 3	$\{g_2\}$ - 2	$\{g_1, g_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
o^3	$\{g_1, g_2\}$ - 6	$\{g_1\}$ - 5	$\{g_2\}$ - 2	$\emptyset$	$\{g_1\}$	$\{g_2\}$
$\vdots$		$\vdots$			$\vdots$	

2.2　自動メカニズムデザイン

従来，理論的なメカニズムは人手で設計されてきたが，近年，メカニズム設計の問題自体を最適化問題に帰着し，最適化手法 (整数計画法) を用いてメカニズムを設計する手法である自動メカニズムデザイン (Automated mechanism design, AMD) [1, 9, 12] が提案されている．AMD は目的・設定に応じて最適なメカニズムを構築でき，メカニズム設計の労力を人手から機械に移すことができる．

AMD では，まずエージェントの数 n，財の数 m，もしくはエージェントの集合 N，財の集合 M を入力する．さらにエージェントに与えられうるタイプの組合せ Θ^n を入力する．ここで Θ は離散的集合とする．

次に目的関数を設定する．本研究で実装している目的関数は以下の 3 つである．

社会的余剰の期待値の最大化　社会的余剰とは，各エージェントおよびオークション主催者を含む全ての参加者の効用の総和である．社会的余剰の期待値の最大化とは，全ての参加者の効用の総和が可能なかぎり最大化されるようにメカニズムを設計することを指す．

支払額の最大化　支払額の最大化とは，各エージェントの支払う金額の合計が最大化されるようにメカニズムを設計することを指す．

最悪実行時における社会的余剰の最大化　可能な財の割当の集合の中で，全ての参加者の効用の総和が最大となる割当をパレート効率的な割当と呼ぶ．しかしながら，2.1 節で述べた社会的に望ましい性質をオークションメカニズムが満たすためには，ある程度の効用を犠牲にしなければならない場合が存在する．最悪実行時における社会的余剰の最大化とは，AMD により決定された割当とパレート効率的な割当の比率の最低値を可能なかぎり最大化するメカニズムを設計することを指す．

本研究では，その中でも全体の余剰を最大化する社会的余剰の期待値の最大化に限定して議論する．

目的関数の設定をした後，制約式を設定する．ここでは，2.1 節で述べたオークションメカニズムが満たすべき性質を制約式として導入するか否かを設定する．

このようにエージェント数，財の数，タイプの組を入力し，目的関数，制約条件を設定する．この入力から，AMD は n 人のエージェントが申告しうるタイプの組 Θ^n のそれぞれに対応する割当と支払額の表をオークションの結果の集合 $\mathcal{O}$ として出力する．

ここで 3 人 2 財の組合せオークションを考える．ある入札者 i に与えられるタイプ $\theta_i \in \Theta$ をバンドル $\{g_1\}, \{g_2\}$ および $\{g_1, g_2\}$ に対する評価値で表す．例えば，タイプ $(4, 0, 4)$ はそれぞれ $(\{g_1\}, \{g_2\}, \{g_1, g_2\})$ に対する評価値を表す．エージェントのタイプ集合 Θ を $\{(0,0,0), (0,0,3), (0,0,5), (0,0,7), (2,0,2), (4,0,4), (6,0,6), (0,2,2), (0,4,4), (0,6,6)\}$ と与えたとき，戦略的操作不可能性を制約条件として，社会的余剰を可能な限り最大化した AMD の出力結果が表 1 である．実際の AMD は 10^3 通りのタイプの組に対する割当と支払額を出力するが，その中から 3 組に対する割当のみを示している．表 1 において，エージェントのタイプと書かれた列はエージェント 0, 1, 2 の申告したタイプ，すなわち，どのバンドルにいくら入札したかを表している．財の割当と書かれた列は，そのタイプの組に対して，誰にどの財を割り当てるかを表している．例えば，AMD の結果 o^1 では，3 人のエージェントがそれぞれタイプを申告した際，すなわち，エージェント 0 が $\{g_1, g_2\}$ に 4，エージェント 1 が $\{g_1\}$ に 3，エージェント 2 が $\{g_2\}$ に 2 を申告した際，エージェント 0 には何も割り当てず，エージェント 1 に $\{g_1\}$，エージェント 2 に $\{g_2\}$ を割り当てることになる．

AMD はこのように与えられた範囲のタイプに特化して最適化されたメカニズムが設計可能である．しかし，AMD によるメカニズム設計では，表の項目数／変数の数はエージェント数に関して指数的に増加してしまい，大規模な問題では最適解を得ることが不可能となる．例えば，4 人 3 財 9 タイプで 82 万以上の変数を生成してしまう．そこで，AMD の現実的な使い方として，本来は連続となるエージェントのタイプをごく少数の離散的な候補値に絞り込むことで，整数計画法の最適解を得ている．例えば，本来の評価値が 0 から 100 の間の任意の整数値である場合に，高い値である 100，中間的な値である 50，低い値である 0 の 3 つに限って最適化を行うといったことが必要になる現状では，このような代表的な値に対する AMD の出力結果を人手で解析して一般的なルールを求めてきた．

しかしながら，表の項目数が数百程度となった時点で，人手により解析し，一般的なルールを抽出することは困難となる．また，AMD の結果は絞り込みを行った特定の入力に特化して最適化されており，必ずしも一般的なルールが得られると

Copyright © 2011 by Information Processing Society of Japan and
The Instiute of Electronics, Information and Communication Engineers
All rights reserved.

は限らない．そのために，得られたルールの候補を検証し，さらに異なる入力で AMD を実行するといった繰り返しが必要となる．そこで，本研究ではこれらのルールを自動的に求める手法を提案する．

3 ルール抽出

本章では，戦略的操作不可能なオークションメカニズムのルールを自動的に抽出する手法を説明する．オークションメカニズムにとって，戦略的操作不可能であることは意思決定の方法において社会的に望ましいため，戦略的操作不可能性の制約を導入したオークションメカニズムに限定して議論する．ここでは，一般的なルールを抽出するために，オークションメカニズムにおけるしきい値 (critical value) に着目する．しきい値は他のエージェントの申告を固定した場合に一意に定まる，つまり，θ_{-i} を入力とする関数として表すことができる．エージェントはそのしきい値を超える値を申告することで，しきい値を支払い，財を獲得できることが知られている．提案手法は，あるエージェント i がバンドル B_i を獲得するために必要なしきい値を AMD の出力から推定する．ここで，本論文で扱うしきい値の候補関数を定義する．

- $ss_{N\setminus\{i\}}$: エージェント i を除く社会的余剰の最大値を指す．
- $ss_{M\setminus B_i}$: エージェント i が欲しがるバンドル B_i を除くときの社会的余剰の最大値を指す．
- $os_{s,t}$: s 個の財を持つ異なるバンドルの中で t 番目に大きな評価値を指す．例えば，$\{g_1\}$ に 3，$\{g_1\}$ に 2，$\{g_2\}$ に 1，$\{g_1, g_2\}$ に 4，$\{g_2, g_3\}$ に 5 という入札が存在するとき，$os_{1,1} = 3, os_{1,2} = 1, os_{2,1} = 5, os_{2,2} = 4$ とする．
- 上記の候補関数の定数倍した関数．
- 任意の 2 つの候補関数の線形和・線形差した関数．例えば，$ss_{N\setminus\{i\}} - ss_{M\setminus B_i}$ は VCG メカニズム [14] の支払規則を示している．

3.1 ルール抽出フロー

本節では，オークション結果を読み込んでからあるエージェント i がバンドル B_i を獲得するためのしきい値を求めるまでのフローを紹介する．使用するオークション結果は AMD を通して出力されたオークション結果を用いることとする．

まず，AMD によるオークション結果の集合 $\mathcal{O} = \{o^1, \ldots, o^u\}$ を読み込む．各 o^k ($k \in \{1, \ldots, u\}$) は，エージェントの申告したタイプ θ と割当結果 a を情報として持つ．ここで，$\mathcal{O}$ から，エージェント i がバンドル B_i に入札しているオークション結果 o^k のみを抜き出し，その集合を $\mathcal{O}'$ とする．

次に $\mathcal{O}'$ に含まれるオークション結果 o^k にラベル付けを行う．o^k が持つエージェントのタイプ θ に着目し，i 以外のエージェントのタイプの組 θ_{-i} が一致するオークション結果 o^k に同一のラベル $l \in \{1, \ldots, L\}$ を付ける．一致するものがないときは，その o^k は単独のラベルを持つことになる．ラベル l を付けられたオークション結果が持つ i を除くタイプの組 θ_{-i} を θ^l_{-i} と表す．

ラベル付けの後，各ラベル l について，ラベル l を付けられた結果におけるエージェント i のしきい値の候補範囲 $CV^l \subseteq \mathbb{R}$ を求める．この候補範囲は，上限値 $\overline{cv}^l \in \mathbb{R}$ と下限値 $\underline{cv}^l \in \mathbb{R}$ によって，$CV^l = [\underline{cv}^l, \overline{cv}^l]$ と規定される．$\overline{cv}^l$ は，ラベル l を付けられた結果において（即ち，i 以外のエージェントの入札が θ^l_{-i} である場合に），エージェント i がバンドル B_i を獲得できる最小の入札額を表す：

$$\overline{cv}^l = \min\{\theta_i \in \Theta_i | X_i(\theta_i, \theta_{-i}) = B_i\}$$

一方 $\underline{cv}^l$ は，ラベル l を付けられた結果において，エージェント i がバンドル B_i を獲得できない最大の入札額を表す：

$$\underline{cv}^l = \max\{\theta_i \in \Theta_i | X_i(\theta_i, \theta_{-i}) = \emptyset\}$$

このとき，戦略的操作不可能性より，i が B_i を獲得するためのしきい値は，範囲 $[\underline{cv}^l, \overline{cv}^l]$ の中に存在する．

ここで，各候補範囲 CV^l について，あらかじめ定義された有限の候補関数の集合 $\mathcal{F} = \{f_1, f_2, \ldots\}$ のそれぞれを評価する．具体的には，全てのラベル $l \in \{1, \ldots, L\}$ に対して

$$f_j(B_i, \theta^l_{-i}) \le \overline{cv}^l \tag{1}$$

を満たし，少なくとも一つのラベル $l \in \{1, \ldots, L\}$ に対して

$$f_j(B_i, \theta^l_{-i}) \ge \underline{cv}^l \tag{2}$$

を満たす候補関数 f_j を記憶していく．このとき，式 (1) 及び (2) を満たす候補関数 f_j に，式 (2) が成立するラベルの集合を $S_j \subseteq \{1, \ldots, L\}$ として保持させるものとする：

$$S_j = \{l \in \{1, \ldots, L\} | f_j(B_i, \theta^l_{-i}) \in CV^l\}$$

式 (1) 及び (2) を満たす候補関数 f_j が保持するラベルの集合 S_j によって，ラベルの集合 $\{1, \ldots, L\}$ を被覆する最小被覆問題を解き，最小被覆に用いられた候補関数の集合を $\mathcal{G}$ とする．この問題を解くための集合被覆アルゴリズムについては次節で説明する．ここで得られた候補関数の集合 $\mathcal{G}$ を用いて，i 以外のエージェントのタイプの組が θ_{-i} の場合に，エージェント i がバンドル B_i を獲得するためのしきい値 $cv(B_i, \theta_{-i})$ は次式になる：

$$cv(B_i, \theta_{-i}) = \max_{f_j \in \mathcal{G}} f_j(B_i, \theta^l_{-i})$$

3.2 集合被覆アルゴリズム

本節では，前節で述べた最小被覆問題と，最小被覆問題を解く集合被覆アルゴリズムについて説明する．被覆する頂点の全体集合を $\mathbb{L} = \{1, 2, \ldots, L\}$，$\mathbb{L}$ の部分集合の族を $\mathcal{S} = \{S_1, S_2, \ldots\}$ とする．最小被覆問題とは，この $\mathbb{L}$ の要素を全て被覆する，コスト最小の $\mathcal{S}$ の部分族を選ぶ問題である．ただし本研究では，$\mathbb{L}$ の各部分集合 S_j のコストは 1 である ($c(S_j) = 1$) とし，最小数で $\mathbb{L}$ を被覆する $\mathcal{S}$ の部分族を探す問題として定義する．

Copyright © 2011 by Information Processing Society of Japan and
The Instiute of Electronics, Information and Communication Engineers
All rights reserved.

Algorithm 1 貪欲法に基づく集合被覆アルゴリズム

```
1: C ← ∅, G ← ∅
2: while C ≠ 𝕃 do
3:     choose f_j s.t. S_j ∈ arg min_{f_j∈F} c(S_j)/|S_j − C|
4:     C ← C ∪ S_j, G ← G ∪ f_j
5: end while
6: return G
```

本研究では，貪欲法に基づく集合被覆アルゴリズム（Algorithm 1）を用いて，この最小被覆問題を解く．Algorithm 1 はまず，すでに被覆されている要素の集合を $\mathcal{C}$ とし，$\mathcal{C}$ の初期状態を $\emptyset$ と定める．次に，$\frac{c(S_j)}{|S_j-\mathcal{C}|}$ が最小となる候補関数 f_j を探し，S_j を被覆する．すなわち，$\mathcal{C} \leftarrow \mathcal{C} \cup S_j$ となる．ただし，最小となる候補関数が複数存在する場合，抽出されるルールは簡潔であることが重要なため，可能な限り，線形和・線形差や定数倍を選ばないようにしなければならない．そこで本研究では，詳細は省くが，それぞれの候補関数に優先順位をつけている．$\mathcal{C} = \mathbb{L}$ となるまで以上の手順を繰り返し，最後に，選ばれた候補関数 f_i の集合を出力する．

例 1. 3 人 2 財の設定のもと，以下の目的関数と制約条件にて実行した AMD の結果に対する，ルール抽出のフローを説明する．

目的関数： 社会的余剰の期待値の最大化
制約条件： 戦略的操作不可能性

また，エージェント 0 はバンドル $\{g_1, g_2\}$，エージェント 1 はバンドル $\{g_1\}$，エージェント 2 はバンドル $\{g_2\}$ にそれぞれ入札を行うものとする．このとき，AMD の出力結果の一部が表 1 である．

■エージェント 0: $\{g_1, g_2\}$ に入札したエージェント 0 のしきい値を求める．エージェント 0 以外のタイプの組を θ_{-0} として，表 1 よりエージェント 1 が $\{g_1\}$ に 3 を，エージェント 2 が $\{g_2\}$ に 2 を入札している結果を選び，ラベル $l_1 \in \mathbb{L}$ とする．つまり，o_1, o_2 をラベル l_1 とする．AMD の結果のうち，ラベル l_1 を付けられた結果に注目すると，エージェント 0 は $\{g_1, g_2\}$ に 6 で入札をすれば $\{g_1, g_2\}$ を獲得できるが，4 で入札を行えば獲得できない，という結果であった．この結果から，しきい値の候補範囲 $CV^{l_1} = [\underline{cv}^{l_1}, \overline{cv}^{l_1}]$ は，以下のように計算される：

$$CV^{l_1} = [4, 6]$$

その他のラベルに関しても同様の手順を繰り返し，しきい値の候補範囲を求める．

候補関数の全体集合 $\mathcal{F}$ の中から，式 (1) 及び (2) を満たす候補関数の集合 $\mathcal{F}^*$ を挙げていく．このとき，候補関数の一つである $ss_{N\setminus\{i\}} - ss_{M\setminus B_i}$ (VCG の支払規則) は，全てのラベルについて式 (1) 及び (2) を満たす（例えばラベル l_1 については，$(3+2) - 0 = 5 \in CV^{l_1}$ である）．ここで挙げた，式 (1) 及び (2) を満たす候補関数を用いて，Algorithm 1 によるラベルの集合被覆を行う．ラベルの集合被覆を視覚化したものを図 1 で表す．円はそれぞれのオークションの結果を表し，点線の楕円はラベル分けした状態を表している．実線によって囲まれたものは候補関数によって被覆された範囲を表す．図 1 より，このとき，候補関数である $ss_{N\setminus\{i\}} - ss_{M\setminus B_i}$ は全てのラベルを被覆しており，$os_{1,2} \times 2$ は 2 つのラベルを被覆していることがわかる．Algorithm 1 では，$\frac{c(S_j)}{|S_j-\mathcal{C}|}$ が最小となる候補関数を探す．すなわち，まだ被覆されていないラベルを最も多く被覆できる候補関数を探すので，$ss_{N\setminus\{i\}} - ss_{M\setminus B_i}$ が選ばれる．よって，Algorithm 1 は出力結果 $\mathcal{G}$ として $ss_{N\setminus\{i\}} - ss_{M\setminus B_i}$ のみからなる候補関数の集合を返す．これは，VCG メカニズムの支払規則と同値であることから，エージェント 0 が $\{g_1, g_2\}$ を獲得するためのしきい値は VCG メカニズムの支払規則で与えられることが分かる．

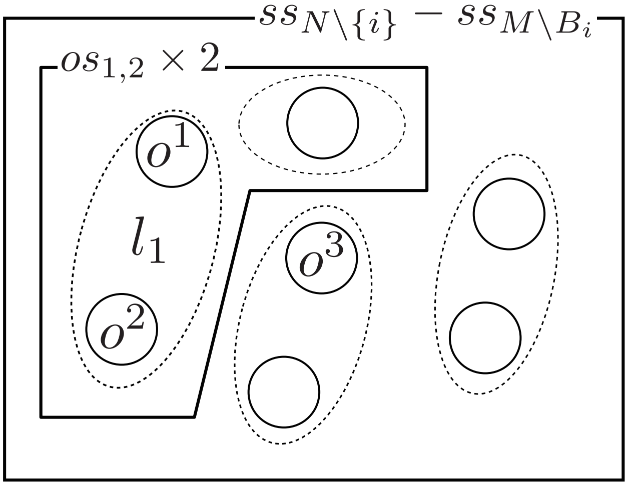

図 1　エージェント 0 におけるラベルの集合被覆

■エージェント 1　$\{g_1\}$ に入札したエージェント 1 のしきい値を求める．エージェント 1 以外のタイプの組を θ_{-1} として，エージェント 0 が $\{g_1, g_2\}$ に 6 を，エージェント 2 が $\{g_2\}$ に 2 を入札しているものを選び，ラベル $l_2 \in \mathbb{L}$ とする．つまり，o_2, o_3 をラベル l_2 とする．AMD の結果のうち，ラベル l_2 を付けられた結果に注目すると，エージェント 1 は $\{g_1\}$ に 5 で入札をすれば $\{g_1\}$ を獲得できるが，3 で入札を行えば獲得できない，という結果であった．よって，しきい値の候補範囲 CV^{l_2} は，以下のように計算される：

$$CV^{l_2} = [3, 5]$$

その他のラベルに関しても同様の手順を繰り返し，しきい値の候補範囲を求める．

このとき $ss_{N\setminus\{i\}} - ss_{M\setminus B_i}$ は，エージェント 0 の場合と同様に，全てのラベルについて式 (1) 及び (2) を満たす（例えばラベル l_2 については，$6-2 = 4 \in CV^{l_2}$）．集合被覆アルゴリズムを適用すると，出力結果 $\mathcal{G}$ として $ss_{N\setminus\{i\}} - ss_{M\setminus B_i}$ のみで全てのラベルが被覆できると返す．したがってエージェント 1

Copyright © 2011 by Information Processing Society of Japan and
The Instiute of Electronics, Information and Communication Engineers
All rights reserved.

が財 $\{g_1\}$ を獲得するためのしきい値は $ss_{N\setminus\{i\}} - ss_{M\setminus B_i}$，すなわち VCG メカニズムの支払規則で与えられる．エージェント 2 については，準匿名性および入札と財の対称性の仮定より，同様に VCG メカニズムの支払規則のみで全てのラベルが被覆できる．すなわち，この AMD によって構成されたメカニズムは VCG メカニズムと同じものであることが分かる．

例 2. 次に 3 人 2 財の設定のもと，以下の目的関数と制約条件にて実行した AMD の結果に対する，ルール抽出のフローを説明する．

目的関数： 社会的余剰の期待値の最大化
制約条件： 戦略的操作不可能性，架空名義操作不可能性

例 1 と異なり，制約条件に架空名義操作不可能性を加えている．その他の設定は変わらず，エージェント 0 はバンドル $\{g_1, g_2\}$，エージェント 1 はバンドル $\{g_1\}$，エージェント 2 はバンドル $\{g_2\}$ にそれぞれ入札を行うものとする．表 2 は各エージェントの申告したタイプと財の割当結果の一部である．

■エージェント 0: $\{g_1, g_2\}$ に入札したエージェント 0 のしきい値を求める．エージェント 0 以外の入札 θ_{-0} として，表 2 よりエージェント 1 が $\{g_1\}$ に 4 を，エージェント 2 が $\{g_2\}$ に 2 を入札しているものを選び，ラベル $l_3 \in \mathbb{L}$ とする．つまり，o_1, o_3 をラベル l_3 とする．AMD の結果のうち，ラベル l_3 を付けられた結果に注目すると，しきい値の候補範囲 $CV^{l_3} = [\underline{cv}^{l_3}, \overline{cv}^{l_3}]$ は，以下のように計算される：

$$CV^{l_3} = [3, 5]$$

次に，エージェント 1 が $\{g_1\}$ に 4 を，エージェント 2 が $\{g_2\}$ に 3 を入札しているものを選び，ラベル $l_4 \in \mathbb{L}$ とする．つまり，o_4, o_6 をラベル l_4 とする．AMD の結果のうち，ラベル l_4 を付けられた結果に注目すると，しきい値の候補範囲 $CV^{l_4} = [\underline{cv}^{l_4}, \overline{cv}^{l_4}]$ は，以下のように計算される：

$$CV^{l_4} = [5, 7]$$

その他のラベルに関しても同様の手順を繰り返し，しきい値の候補範囲を求める．

候補関数の全体集合 $\mathcal{F}$ の中から，式 (1) 及び (2) を満たす候補関数を挙げていく．このとき，$os_{1,1}$ に関してはラベル l_3 を満たすがラベル l_4 は満たしていない（ラベル l_3 については，$os_{1,1} = 4 \in CV^{l_3}$ だが，ラベル l_4 については，$os_{1,1} = 4 \notin CV^{l_4}$）．一方で，$os_{1,2} \times 2$ はラベル l_4 を満たす (ラベル l_4 については，$os_{1,2} \times 2 = 6 \in CV^{l_4}$).

ここで挙げた，式 (1) 及び (2) を満たす候補関数を用いて，Algorithm 1 によるラベルの集合被覆を行う．このとき，Algorithm 1 は出力結果 $\mathcal{G}$ として $os_{1,1}, os_{1,2} \times 2, os_{2,1}$ からなる候補関数の集合を返す．したがってエージェント 0 が $\{g_1, g_2\}$ を獲得するためのしきい値は $\max\{os_{1,1}, os_{1,2} \times 2, os_{2,1}\}$ で与えられる．

■エージェント 1　$\{g_1\}$ に入札したエージェント 1 のしきい値を求める．エージェント 1 以外のタイプの組を θ_{-1} として，

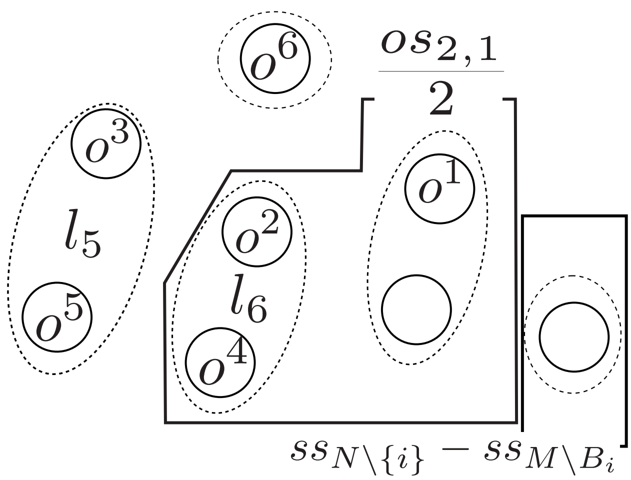

図 2　エージェント 1 における全てのラベルを被覆できない例

エージェント 0 が $\{g_1, g_2\}$ に 5 を，エージェント 2 が $\{g_2\}$ に 2 を入札しているものを選び，ラベル $l_5 \in \mathbb{L}$ とする．つまり，o_3, o_5 をラベル l_5 とする．AMD の結果のうち，ラベル l_5 を付けられた結果に注目すると，しきい値の候補範囲 CV^{l_5} は，以下のように計算される：

$$CV^{l_5} = [4, 6]$$

次にエージェント 0 が $\{g_1, g_2\}$ に 5 を，エージェント 2 が $\{g_2\}$ に 3 を入札しているものを選び，ラベル $l_6 \in \mathbb{L}$ とする．つまり，o_2, o_4 をラベル l_6 とする．ラベル l_6 に関して，しきい値の候補範囲 CV^{l_6} は，以下のように計算される：

$$CV^{l_6} = [2, 4]$$

その他のラベルに関しても同様の手順を繰り返し，しきい値の候補範囲を求める．

このとき，集合被覆アルゴリズムを適用すると，全てのラベルを被覆できないと出力された．これは図 2 から，ラベル l_5 を被覆できる候補関数が存在しないことが問題となっている．例えば，$CV^{l_5} = [4, 6]$ を満たすような候補関数として $os_{2,1}$ が挙げられる (ラベル l_5 に関して，$os_{2,1} = 5$ である)．しかし，候補関数として記憶するためには，全てのラベルにおいて式 (1) を満たさなければならない．ここで，ラベル l_6 に注目すると，$os_{2,1} < \overline{cv}^{l_6}$ を満たしていない (ラベル l_6 に関して，$os_{2,1} = 5$ であり，$\overline{cv}^{l_6} = 4$ である)．したがって，$os_{2,1}$ は候補関数の集合に選ばれないのである．他の候補関数も同様の手順を踏むと，ラベル l_5 を被覆できる候補関数が存在しない．

4　条件分岐

AMD を通して出力されたオークション結果によっては，しきい値が推定できない場合があることを例 2 によって示した．そこで，ラベルの集合 $\mathbb{L} = \{1, \ldots, L\}$ を複数に分割してしきい値を求める手法，条件分岐 (Algorithm 2) を提案する．条件分岐 (Algorithm 2) では，ラベルの全体集合 $\mathbb{L}$ を入力とし，

Copyright © 2011 by Information Processing Society of Japan and
The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers
All rights reserved.

表 2　架空名義操作不可能性を制約として追加した場合の AMD の出力結果

AMD の結果	エージェントのタイプ			財の割当		
	0	1	2	0	1	2
o^1	$\{g_1, g_2\}$ - 3	$\{g_1\}$ - 4	$\{g_2\}$ - 2	$\emptyset$	$\{g_1\}$	$\{g_2\}$
o^2	$\{g_1, g_2\}$ - 5	$\{g_1\}$ - 2	$\{g_2\}$ - 3	$\{g_1, g_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
o^3	$\{g_1, g_2\}$ - 5	$\{g_1\}$ - 4	$\{g_2\}$ - 2	$\{g_1, g_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
o^4	$\{g_1, g_2\}$ - 5	$\{g_1\}$ - 4	$\{g_2\}$ - 3	$\emptyset$	$\{g_1\}$	$\{g_2\}$
o^5	$\{g_1, g_2\}$ - 5	$\{g_1\}$ - 6	$\{g_2\}$ - 2	$\emptyset$	$\{g_1\}$	$\emptyset$
o^6	$\{g_1, g_2\}$ - 7	$\{g_1\}$ - 4	$\{g_2\}$ - 3	$\{g_1, g_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\vdots$		$\vdots$			$\vdots$	

しきい値の集合 $\mathcal{CV}$ を出力する．以下に条件分岐を用いたアルゴリズムのフローを紹介する．

まず，3.1 節に従い，しきい値を求める．もし，ラベルの全体集合 $\mathbb{L}$ に対して被覆できないラベルが存在するならば $\mathbb{L}$ を大きく 2 つの集合に分割する．具体的には，任意の 2 つの候補関数 $f, g \in \mathcal{F}$ を選び，$f > g$ となるラベルの集合を X とし，$f \leq g$ のラベルの集合を Y とする．f, g は，候補関数のうち，より優先順位の高いものから選ばれる．このとき，$X \cup Y = \mathbb{L}, X \cap Y = \emptyset$ である．

集合 X について Algorithm 1 を適用する．もし被覆できないラベルが存在したならば f, g を選び直し，ラベルの集合 $\mathbb{L}$ を集合 X と集合 Y に再度分ける．X に関する全てのラベルを被覆できたならば，X におけるしきい値 cv_X を保持する．

次に集合 Y に関して，条件分岐 (Algorithm 2) を再帰的に行うと，出力結果としてしきい値の集合である $\mathcal{CV}^Y$ が返ってくる．このとき，Algorithm 2 は，しきい値の集合 $\mathcal{CV} = \{cv_X\} \cup \mathcal{CV}^Y$ を出力する．

例 3. 例 2 のエージェント 1 が $\{g_1\}$ を獲得する場合について説明する．なお，例 2 のエージェント 0 については，Algorithm 1 のみで全てのラベルを被覆できるため，ここではエージェント 1 に関してのみ説明する．

■エージェント 1　まず，Algorithm 1 に適用し $\{g_1\}$ に入札したエージェント 1 のしきい値を推定する．しかしこのとき，Algorithm 1 では全てのラベルを被覆できない．

そこで，ラベルの集合を大きく 2 つに分ける．例えば $os_{2,1} > os_{1,1} \times 2$ を満たすラベルの集合を X とし，それ以外のラベルの集合を Y とする．このとき，図 3 のようにラベルの集合を分けることができる．具体的には，l_5 は X に含まれ，l_6 は Y に含まれることになる．

X に関して，候補関数の集合 $\mathcal{F}$ の中から，式 (1) 及び (2) を満たす候補関数を挙げていき，Algorithm 1 によるラベルの集合被覆を行う．よって Algorithm 1 は出力結果として $os_{2,1}$ を返す．これはラベルの集合 X に含まれる全てのラベルが候補関数 $os_{2,1}$ のみで被覆できることを意味している (ラベル l_5 に関して，$os_{2,1} = 5$ から，$CV^{l_5} = [4, 6]$ を満たす)．

次に Y に関して，候補関数の集合 $\mathcal{F}$ の中から，式 (1) 及び (2) を満たす候補関数を挙げていき，Algorithm 1 によるラベルの集合被覆を行う．Algorithm 1 は出力結果として $os_{2,1}/2$ と $ss_{N\setminus\{i\}} - ss_{M\setminus B_i}$ を返す．これはラベルの集合 Y に含まれる全てのラベルが候補関数 $os_{2,1}/2$ と $ss_{N\setminus\{i\}} - ss_{M\setminus B_i}$ の 2 つの関数で被覆できることを意味している (ラベル l_6 に関して，$os_{2,1}/2 = 2.5$ から，$CV^{l_6} = [2, 4]$ を満たす)．

したがって，エージェント 1 が $\{g_1\}$ を獲得するためのしきい値は，$os_{2,1} > os_{1,1} \times 2$ のとき $os_{2,1}/2$ で与えられ，$os_{2,1} \leq os_{1,1} \times 2$ のとき $\max\{os_{2,1}/2, ss_{N\setminus\{i\}} - ss_{M\setminus B_i}\}$ で与えられる．エージェント 2 については，準匿名性および入札と財の対称性の仮定より，同様のしきい値が与えられる．この AMD によって構成されたメカニズムは，3 人 2 財の組合せオークションにおいて ARP メカニズム [5] と等価である．

Algorithm 2 条件分岐

```
CV ← ∅, G ← ∅
G ← Algorithm 1 (L)
if G ≠ ∅ then
    CV ← CV ∪ {max_{f_l ∈ G} f_l}
else
    G' ← ∅, cv_X ← ∅, CV^Y ← ∅
    choose f, g ∈ F
    X ← {L | f > g}
    Y ← L \ X
    G' ← Algorithm 1 (X)
    if G' = ∅ then
        go to 6
    else
        cv_X ← {max_{f_l ∈ G'} f_l}
        CV ← CV ∪ {cv_X}
        CV^Y ← Algorithm 2 (Y)
        CV ← CV ∪ CV^Y
    end if
end if
return CV
```


Copyright © 2011 by Information Processing Society of Japan and
The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers
All rights reserved.

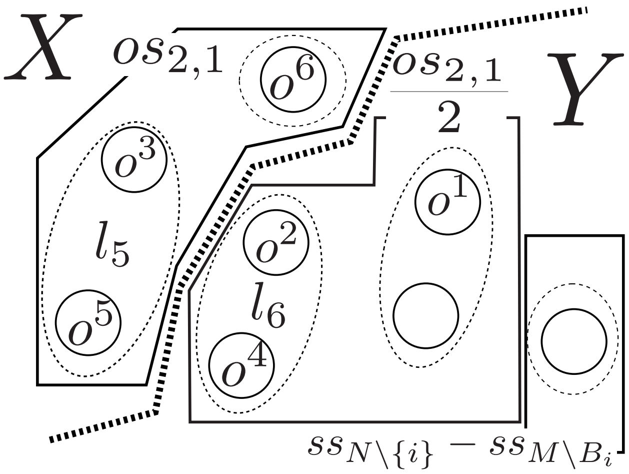

図 3　条件分岐を利用してラベルを被覆した例

5　結論

本論文では，自動メカニズムデザインと発見科学における法則発見の技術を組み合わせることで，大規模な問題に適用可能なルールを抽出する手法を提案した．提案手法は，小規模な問題に対する自動メカニズムデザインによるオークション結果を読み込み，法則発見を繰り返し実行することで，あるエージェント i の財を獲得するためのしきい値を求めることができる．本手法を用いることで，3 人 2 財の組合せオークションにおいて，戦略的操作不可能なメカニズムとして理論的に優れた性質をもつ VCG メカニズムが出力された．また，架空名義操作不可能なメカニズムとして ARP メカニズムが出力された．既存のメカニズムを出力できたことから，この手法はメカニズムを設計する上で有効である．将来研究においては，3 財以上の架空名義操作不可能なメカニズムの設計および新たな制約を導入したメカニズムを設計する際に，大いに役立てると考えている．そこで今後の課題としては，異なる候補関数の提案および条件分岐の条件の提案が挙げられる．

メカニズムを表す関数は，不連続，非線形なものであり，従来の科学的法則発見の分野で扱われてきた法則と比較すると，複雑で理論的に扱いづらい形式である．そのため，既存の法則発見の技術を集団合意形成ルールの自動設計に適用可能なように拡張することは挑戦的な課題であり，二つの独立な研究領域をつなぐことで，これらの研究分野のさらなる活性化を期待できる．

謝辞

本研究の遂行にあたり，日本学術振興会科学研究費補助金基盤研究 (A) (課題番号 20240015) の助成を受けました．ここに深く感謝致します．また，非常に有益なコメントを下さった電子情報通信学会 情報・システムソサイエティ人工知能と知識処理 (AI) の 2 名の査読者に深く感謝致します．

参考文献

[1] Vincent Conitzer and Tuomas Sandholm. Automated mechanism design: complexity results stemming from the single-agent setting. In *ICEC*, pp. 17–24, 2003.

[2] Peter Cramton, Yoav Shoham, and Richard Steinberg, editors. *Combinatorial Auctions*. MIT Press, 2005.

[3] Sven de Vries and Rakesh V. Vohra. Combinatorial auctions: A survey. *INFORMS Journal on Computing*, Vol. 15, No. 3, pp. 284–309, 2003.

[4] 福田剛志, 森本康彦, 徳山豪. データマイニング. 共立出版, 2001.

[5] Atsushi Iwasaki, Vincent Conitzer, Yoshifusa Omori, Yuko Sakurai, Taiki Todo, Mingyu Guo, and Makoto Yokoo. Worst-case efficiency ratio in false-name-proof combinatorial auction mechanisms. In *AAMAS*, pp. 633–640, 2010.

[6] 森下真一, 宮野悟. 発見科学とデータマイニング. 共立出版, 2001.

[7] 元田浩, 津本周作, 山口高平, 沼尾正行. データマイニングの基礎. オーム社, 2006.

[8] 毛利貴之, 東藤大樹, 岩崎敦, 横尾真. 架空名義操作不可能な組合せオークションメカニズム：VCG メカニズムの改良. 情報科学技術フォーラム講演論文集, Vol. 9, No. 2, pp. 51–58, 2010.

[9] 大森由総, 斎藤恭昌, 岩崎敦, 横尾真. 自動メカニズムデザインによる架空名義入札に頑健な組合せオークションメカニズムの構築. 情報科学技術フォーラム講演論文集, Vol. 7, No. 2, pp. 399–402, 2008.

[10] ポール・ミルグラム. オークション 理論とデザイン. 東洋経済新報社, 2007.

[11] 坂井豊貴, 藤中裕二, 若山琢磨. メカニズムデザイン – 資源配分制度の設計とインセンティブ. ミネルヴァ書房, 2008.

[12] Tuomas Sandholm. Automated mechanism design: A new application area for search algorithms. In *CP*, pp. 19–36, 2003.

[13] Taiki Todo, Runcong Li, Xuemei Hu, Takayuki Mouri, Atsushi Iwasaki, and Makoto Yokoo. Generalizing envy-freeness toward group of agents. In *IJCAI*, 2011. to appear.

[14] Hal R. Varian. Economic mechanism design for computerized agents. In *Proceedings of the 1st Usenix Workshop on Electronic Commerce*, New York, 1995.

[15] 横尾真. オークション理論の基礎 –ゲーム理論と情報科学の先端領域–. 東京電機大学出版局, 2006.

Copyright © 2011 by Information Processing Society of Japan and
The Instiute of Electronics, Information and Communication Engineers
All rights reserved.